

Problema 1

Define

$$C_1 = a_1 + ib_1, \quad C_2 = a_2 + ib_2, \quad C_3 = a_3 + ib_3$$

$$\bar{C}_1 = a_1 - ib_1, \quad \bar{C}_2 = a_2 - ib_2, \quad \bar{C}_3 = a_3 - ib_3$$

$$\text{onde } C_3 = C_1 C_2 = (a_1 + ib_1)(a_2 + ib_2) = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + i(a_1 b_2 + a_2 b_1).$$

Mostre que $C_1 \bar{C}_1 = C_2 \bar{C}_2 = 1$ implica que $C_3 \bar{C}_3 = 1$, i.e.

$$(a_1)^2 + (b_1)^2 = (a_2)^2 + (b_2)^2 = 1 \text{ implica } (a_3)^2 + (b_3)^2 = 1$$

Problema 2

Usando $e^{i\alpha} = \cos(\alpha) + i \sin(\alpha)$, mostre que

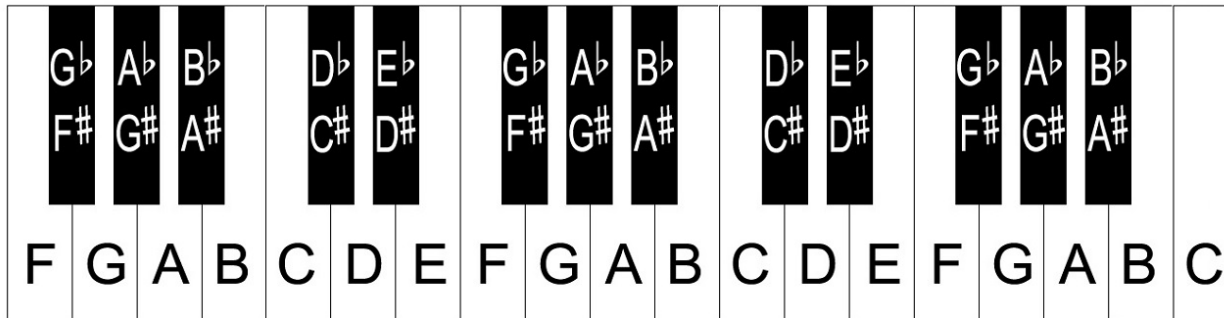
$$\cos(2\alpha) = \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha)$$

Problema 3

Uma corda de violino vibrando com frequência $f = 132/\text{seg}$ corresponde à nota C.
As notas harmônicas desta corda tem frequências

$f = 132/\text{seg}$ nota C
 $2f = 264/\text{seg}$ nota C
 $3f = 396/\text{seg}$ nota G
 $4f = 528/\text{seg}$ nota C
 $5f = 660/\text{seg}$ nota E
 $6f = 792/\text{seg}$ nota G

O teclado do piano tem as notas



onde a primeira linha são teclas pretas e a segunda linha são teclas brancas.

A razão da frequência de qualquer nota e a nota anterior no piano é $2^{1/12}$, i.e.

$$C\sharp / C = D / C\sharp = D\sharp / D = \dots = 2^{1/12}.$$

a) Calcule a razão da frequência da nota G/C no piano e compare com a razão da frequência G/C no violino.

b) Calcule a razão da frequência da nota E/C no piano e compare com a razão da frequência E/C no violino.